Емельянов Владимир Ильич. 13.02.08

Кванты.

Ко экзамену: билеты по 4 вопроса. Иметь конспект, ответить пару терминов.

микро-объект

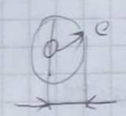
ΔX - область локализации

$p = mV$

$p \Delta X =$ действие эрг·сек

$\hbar = \sim 10^{-27}$ эрг·сек

$p_{\Delta x} \lesssim \hbar$ - микрообъект.



10^{-8} см - 1 ангстрем

$V = 10^{8}$ см/с

$m \approx 10^{-27}$ г.

$p_{\Delta x} \sim 10^{-27}$ => электрон - типичный микрообъект.

Шарик. $v \sim 1 \frac{см}{с}$ $m \sim 1$ г. $\Delta x \sim 1$ см

действие ~ 1 ангстрем.

Квантовая ~~механика~~ работает. доказано опытами.

Приложения ~~теории~~ квантовой механики и теории микрочастиц.

Квантовая механика

Квантовые вычисления | Квантовая криптография | Квантовая телепортация

Квантовая криптография – передача классической информации через квантовый канал без риска её неконтролируемого перехвата.

Квантовые компьютеры

1900 г. – зарождение (формула планка)

1920 – 1930 гг. развитие

1940 г. – ~~транз~~ полупроводниковый транзистор. (классический бит)

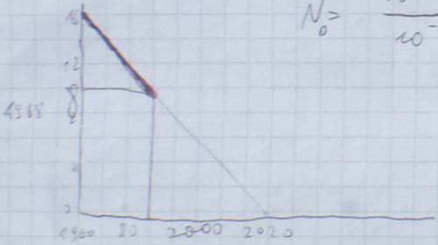
1960 – лазер

2000 г – квантовая информация.

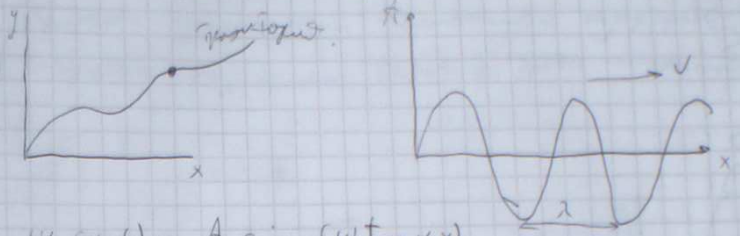
? г. – квантовый компьютер. (квантовый бит кубит).

10^{4} см размер транзистора – микрон

$$N_0 = \frac{10^{-12}}{10^{-21}} = 10^{9}.$$



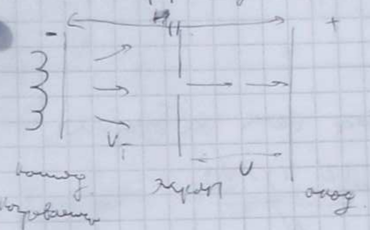
Частицы и волны



$$\Psi(x,t) = A\sin(\omega t - kx)$$

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число.

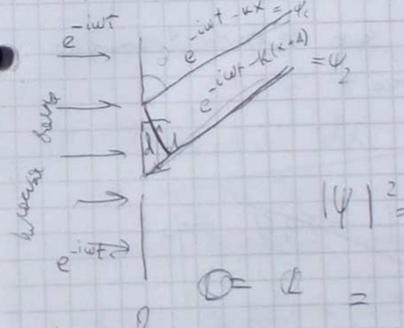
Дифракция электрона.



монохроматический пучок

$$v \gg v_T \qquad eU = \frac{mv^2}{2} \qquad v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

$$p = mv = \sqrt{2meU}.$$

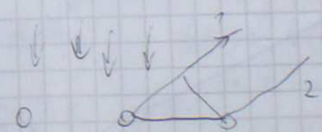


дифракция на двух щелях

$$\Psi = \Psi_1 + \Psi_2$$

$$|\Psi|^2 = |\Psi_1 + \Psi_2|^2 = |A|^2 |e^{ikx} + e^{ik(x+\Delta)}|^2 =$$

$$= 4|A|^2\cos^2\left(\frac{kd\sin\theta}{2}\right), \quad \Delta = d\sin\theta.$$



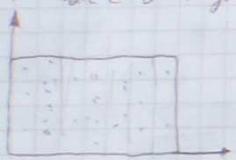
$$\frac{kd\sin\theta}{2} = \pi n \qquad d\sin\theta_n = n\lambda, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2$$

Гипотеза де Бройля.

С движущимся электроном связана волна $\psi = A e^{i(kx-\omega t)}$

$p = \hbar k \qquad \hbar\omega = \frac{p^2}{2m}$.

Две гипотезы:
1) электрон - волна
2) если $\bar{e}$ с импульсом, то с ним связана волна де Бройля.



$$dP(y) = \frac{dN(y)\,dy}{N}$$

$$\frac{dN(y)}{N} = |\psi(\vec r, t)|^2$$

$\psi(\vec r, t)$

$|\psi(\vec r, t)|^2$ - вероятность (плотность) того, что во время t электрон будет в точке r.

18.02.08

Прохоров.

ФАЛ $f(x_1, \dots, x_n)$ $x_i \in \{0,1\}$, $f \in \{0,1\}$. всего 2^{2^n}

$x\ y$	$\wedge$	$x \vee y$
0 0	0	0
0 1	0	1
1 0	0	1
1 1	1	1

K g

x	$\bar{x}$ $(\neg x)$
0	1
1	0

$$x^\sigma = \begin{cases} x, & \sigma = 1 \\ \bar{x}, & \sigma = 0 \end{cases} \qquad x^\sigma = 1 \Leftrightarrow x = \sigma.$$

$x\ \sigma$	x^σ
0 0	1
0 1	0
1 0	0
1 1	1

Лекция №2

20.02.08

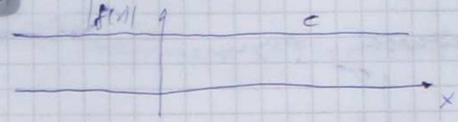
Принцип суперпозиции. Соотношение неопределённости. Операторы физических величин. Закон Шрёдингера.

$\vec p \qquad k = \frac{\vec p}{\hbar}$

$\psi_k(x) = \int e^{ikx - i\omega t} \qquad \hbar\omega = \frac{p^2}{2m}$

$|\psi(x,t)|^2$

$\int |\psi|^2 dx = 1. \qquad |Ce^{ikx - i\omega t}|^2 = |\psi(x,t)|^2 = |C|^2 = \text{const}$



Нормировка в ящике

Если может находиться квант. частица в состояниях $\psi_1(x,t)$ и $\psi_2(x,t)$, то может находиться и в суперпозиционном состоянии $\psi(x,t) = C_1\psi_1 + C_2\psi_2$

Если работает для двух, то и $\psi = \sum_n C_n \psi_n$

$$\psi(x,t) = \frac{1}{\Delta k}\int_{k_0 - \frac{\Delta k}{2}}^{k_0 + \frac{\Delta k}{2}} dk \cdot A(k) \exp\{i(kx - \omega(k) t)\}$$

- узкий волновой пакет, если $\Delta k \ll k_0$.

$$\omega(k) = \omega(k_0) + \frac{\partial\omega}{\partial k}(k - k_0)$$

$\xi = k - k_0. \qquad A(k) \approx A(k_0)$

$$\psi(x,t) = \frac{A_0}{\Delta k} e^{i(k_0 x - \omega_0 t)} \cdot \int_{-\frac{\Delta k}{2}}^{\frac{\Delta k}{2}} \exp\left[i\xi\left(x - \frac{\partial\omega}{\partial k_0} t\right)\right] d\xi$$

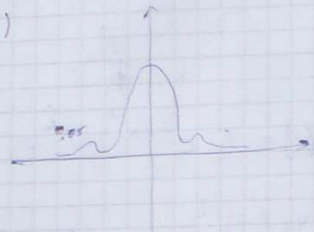
$$\frac{\partial\omega}{\partial k_0} = \frac{\partial}{\partial k}\left(\frac{\hbar k^2}{2m}\right)\Big|_{k=k_0} = \frac{\hbar k_0}{m} = V_0$$

$\Psi(x,t) = \frac{A_0}{\Delta k} e^{i(k_0 x - \omega_0 t)} \cdot \frac{\sin \frac{\Delta k (x - v_0 t)}{2}}{\frac{\Delta k (x - v_0 t)}{2}}$

$y = \frac{\Delta k (x - v_0 t)}{2}$

$\Psi(x,t) = \frac{\sin y}{y} A_0 e^{i(k_0 x - \omega_0 t)}$

$|\Psi(x,t)|^2 = A_0^2 \frac{\sin^2 y}{y^2}$

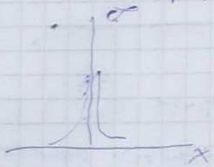


$y = \frac{\Delta k (x - v_0 t)}{2}$

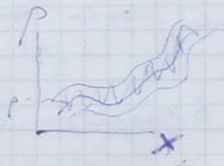
$\frac{dx}{dt} = v_0$

$\pi = \Delta y = \Delta \left(\frac{\Delta k (x - v_0 t)}{2} \right) = \frac{\Delta k}{2} \Delta x$

$\boxed{\Delta p \Delta x = 2 \pi \hbar}$ – вывод волновой функции.



$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-ikx} dk = \delta(x)$



Точное соотношение Гейзенберга $\Delta p \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}$

Каждой физ. величине соответствует оператор.
Значению физ. величины, измеренному в эксперименте, соответствует среднее значение оператора этого элемента.

$\hat{X} \quad \langle X \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^* x \psi dx$

ψ^* – чисто комплексно сопряжённая.

$f(x), \langle f(x) \rangle = \int \psi^* f \psi dx.$

$\int \psi^* x \psi dx = \int |\psi|^2 x dx$

$\langle \hat{p} \rangle = \int \psi^* \hat{p} \psi dx.$

$\psi(x) = A e^{i(\frac{p}{\hbar} x)}$

условие

$\langle p \rangle = p = A^2 \int e^{-i\frac{p}{\hbar}x} \hat{p} e^{i\frac{p}{\hbar}x} dx$

Условие нормировки $A^2 \int \psi^* \psi dx = 1$

$\hat{p} \to \hat{p}_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$

$\vec{p} = -i\hbar \, grad$

$F(\vec{r}, \vec{p}) \overset{?}{\to} \hat{F}$ $\qquad \boxed{\hat{F} = F(\vec{r}, \hat{\vec{p}})}$.

$H = \frac{\vec{p}^2}{2m} + U(\vec{r}) = \frac{\hat{\vec{p}}^2}{2m} + U(\vec{r}) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U(\vec{r})$

Свойства операторов:

1) операторы квантовой механики – линейные.

2) операторы – эрмитовые

$\int \psi_1^* \hat{A} \psi_2 dx = \int (\hat{A} \psi_1)^* \psi_2 dx. \qquad \langle \hat{A} \rangle = \langle \hat{A} \rangle^*$

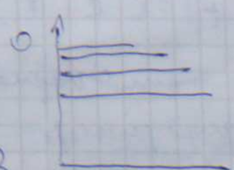
$\hat{A} \varphi = A \varphi$ $\qquad$ A – собственное значение оператора A
φ – собств. ф-ция оператора A.
+ граничные условия.

$\varphi_n \qquad \hat{A} \varphi_n = A_n \varphi_n$

$\forall \psi = \sum_n c_n \varphi_n$ – полный набор разложения.

$1 = \int |\psi|^2 dx = \sum_n \sum_{n'} c_n^* c_{n'} \cdot \int \varphi_n^* \varphi_{n'} dx$

$1 = \sum_n |c_n^{(t)}|^2$



$n, \varphi_n, |c_n^{(t)}|^2$.

Уравнение Шрёдингера

$\psi(x,t)$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}$$

$$\psi = C e^{ikx - i\omega t} \qquad \omega^2 = k^2 c^2$$

$$\omega = \frac{\hbar}{2m} k^2$$

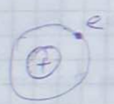
$$i\hbar \frac{\partial\psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi.$$

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\cdot\frac{\partial^2}{\partial x^2} \qquad H = \frac{p_x^2}{2m} = \frac{(i\hbar\frac{\partial}{\partial x})^2}{2m}$$

$\boxed{i\hbar \frac{\partial\psi}{\partial t} = \hat{H}\psi}$ – справедливо для $\forall$ сложности квантовомеханической системы,

общее ур. Шрёдингера

которая характеризуется гамильтонианом H.



$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta - \frac{e^2}{|\vec{r}|}$$

водород

Стационарная система – гамильтониан системы не зависит от времени.

$$H = H(\vec{r}, \vec{p}). \qquad \psi = f(t)\,\varphi(r)$$

$$E = i\hbar\frac{1}{f(t)}\cdot\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{1}{\varphi(r)}\hat{H}\varphi(r)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{iE}{\hbar} f; \quad f(t) = C e^{-\frac{iE}{\hbar}t}$$

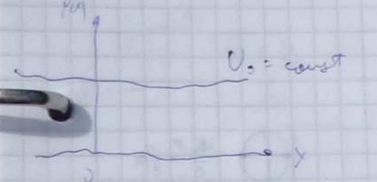
$\boxed{\hat{H}\varphi = E_n\varphi_n}$ – стационарное ур-е Шрёдингера

Лекция 3. 22.11.18

Финитное и ~~инфинитное~~ инфинитное движения. Дискретный и непрерывный энергетические спектры. Движение частицы в одномерной потенциальной яме. Дискретный энергетический спектр в яме. Туннелирование через барьер.

1) если движение от $-\infty$ до $+\infty$ без условий, то это инфинитное движение.

Если в конечной области с граничными условиями – то финитное.



$U_0 = 0$ – положим

$$H = ~~\cdot\cdot~~ -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \cancel{U_0}^{\,0}$$

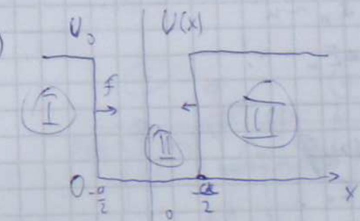
$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi \equiv E\psi \qquad \boxed{H\psi = E\psi}$$

$$\psi_k = C\cdot e^{ikx} \qquad E_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

$$\langle p\rangle = \int \psi_k^*\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}\right)\psi_C(x)\,dx = \hbar k$$

$$\frac{1}{\hbar}\frac{\partial E_k}{\partial k} = \frac{\hbar k}{m} = \frac{p_k}{m} = v_k$$

2)



$$F = -\frac{\partial U}{\partial x}$$

$$\psi\left(-\frac{a}{2}\right) = \psi\left(\frac{a}{2}\right) = 0$$

$$\Psi_{I} = \Psi_{III} = 0 \qquad \psi_k(x) = C e^{\pm ikx}$$

$$\psi_k^{+}(x) = C\left(e^{ikx} + e^{-ikx}\right) = ~~\cdot\cdot\cdot~~ = A\cos kx$$

Уравнение Шрёдингера

$\psi(x,t)$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$$

$$\psi = c\, e^{ikx - i\omega t} \qquad \omega^2 = k^2 c^2$$

$$\omega = \frac{\hbar}{2m} k^2$$

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi ,$$

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} \qquad H = \frac{p_x^2}{2m} = \frac{\left(i\hbar \frac{\partial}{\partial x}\right)^2}{2m}$$

$$\boxed{i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \hat{H} \psi}$$ – справедливо для $\forall$ сложности квантомеханической системы, которая характеризуется Гамильтонианом H.

уравнение Шрёдингера

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta - \frac{e^2}{|\vec{r}|}$$

водород

Стационарная система – Гамильтониан системы не зависит от времени.

$$H = H(\vec{r}, \vec{p}). \qquad \psi = f(t)\, \varphi(r)$$

$$E = i\hbar \frac{1}{f(t)} \cdot \frac{\partial f}{\partial t} = \frac{1}{\varphi(r)} \hat{H} \varphi(r)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{iE}{\hbar} f ; \quad f(t) = c\, e^{-\frac{iE}{\hbar} t}$$

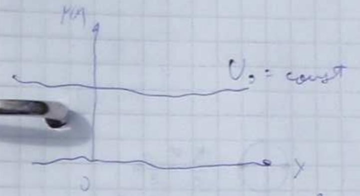
$$\boxed{\hat{H} \varphi = E_n \varphi_n}$$ – стационарное ур-е Шрёдингера

Лекция 3. 27.02.08

Финитное и инфинитное движения. Дискретные и непрерывные энергетические спектры. Движение частицы в одномерной потенциальной яме. Дискретный энергетический спектр в яме. Туннелирование через барьер

1) если движение от $-\infty$ до $+\infty$ без условий, то это инфинитное движение.

если в конечной области с граничными условиями – то финитное



$U_0 = 0$ – положим.

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \cancel{U_0}^{\,0}$$

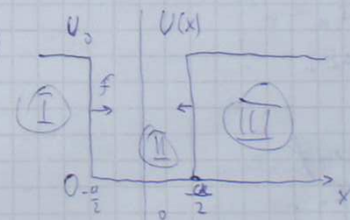
$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \psi = E\psi \qquad \boxed{H\psi = E\psi}$$

$$\psi_k = C \cdot e^{ikx} \qquad E_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

$$\langle p \rangle = \int \psi_k^* \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x}\right) \psi_c(x)\, dx = \hbar k$$

$$\frac{1}{\hbar} \frac{\partial E_k}{\partial k} = \frac{\hbar k}{m} = \frac{p_k}{m} = v_k$$

2)



$$F = -\frac{\partial U}{\partial x}$$

$$\psi\left(-\frac{a}{2}\right) = \psi\left(\frac{a}{2}\right) = 0$$

$$\psi_{I} = \psi_{III} = 0 \qquad \psi_k(x) = c\, e^{\pm ikx}$$

$$\psi_k^{+}(x) = C\left(e^{ikx} + e^{-ikx}\right) = \ldots$$

$\psi_k^- = B \sin kx$

$\text{II}: \; -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} C e^{ikx} = E\, e^{ikx} C \qquad k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$

$\psi_k^+(x) = A \cos kx$

$\psi_+\left(-\frac{a}{2}\right) = \psi_+\left(\frac{a}{2}\right) = 0$

$\frac{k_n a}{2} = \frac{\pi}{2} n, \qquad n = 1, 3, 5, \ldots$

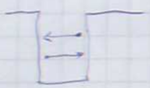
Бесконечный дискретный спектр энергии

$E_n = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m} \qquad \psi_-(x) = B \sin kx$

$\psi_-\left(-\frac{a}{2}\right) = \psi_-\left(\frac{a}{2}\right) = 0 \qquad \frac{k_n a}{2} = \frac{\pi}{2} n, \; n = 2, 4, \ldots$

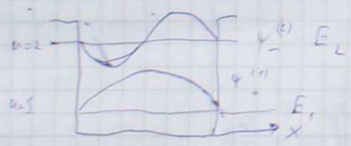
$\psi_-^{(n)}(x) = B \sin k_n x \qquad E_n = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m} \qquad n = 2, 4, 6, \ldots$

$\psi_+^{(n)}(x) = A \cos k_n x \qquad E_n = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m} \qquad n = 1, 3, 5, \ldots$



$\psi_+ = (e^{ikx} + e^{-ikx}) A$

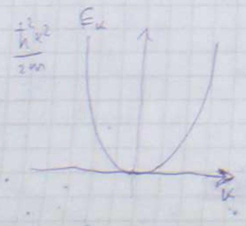
$\psi_n^{(+)}(x, t) = (e^{ikx} + e^{-ikx})\, e^{-\frac{iE_n}{\hbar} t}$



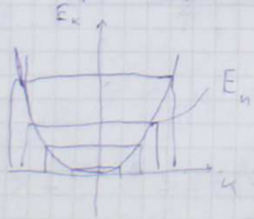
$E_n \sim n^2$

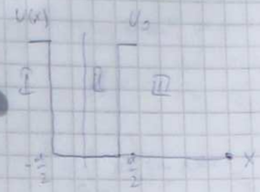
$\Delta E_n \sim n!$

Инфинит.



Инфинитное

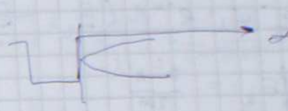




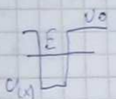
$\text{II}: \; H = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}$

$\text{III}: \; -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\psi_{\text{III}} = -(U_0 - E)\psi_{\text{III}}$

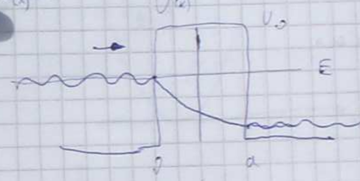
$\psi_{\text{III}}(x) \sim \exp\left(\pm\sqrt{\frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2}}\, x\right)$



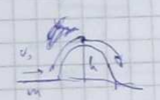
$\psi_{\text{III}}(x) \sim \exp\left[-\sqrt{\frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2}}\right].$



$E < U_0 \qquad E = \frac{p^2}{2m} + U(x)$



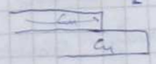
$E < U_0$



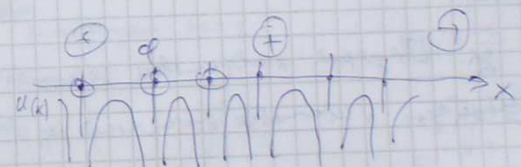
$\frac{m v_0^2}{2} < mgh$

$|\psi(a)|^2 \sim \exp\left[-2\int_0^a \sqrt{\frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2}}\, dx\right]$

CuO_2



[illegible]



$U(x) = U(x + a)$

$U(x) = \sum_g U_g e^{igx} \qquad g_n = \frac{2\pi}{a} n, \; n = 1, 2, 3, \ldots$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+U(x)\psi(x)=E\psi$$

$$\psi_{(x)}=\sum_{k'} C_{k'} e^{ik'x}$$

$$\sum_{k'} C_{k'} e^{ik'x}(E_{k'}-E)+\sum_{k'}\sum_{g} U_g C_{k'} e^{ik'x+igx}=0$$

$$E_{k'}=\frac{\hbar^2 k'^2}{2m}$$

$$C_k(E_k-E)+\sum_g U_g C_{k-g}=0$$

$$\psi_k(x)=\sum_g C_{k-g} e^{i(k-g)x}=$$

$$=\left(\sum_g C_{k-g} e^{-igx}\right)e^{ikx}=f_k(x)e^{ikx}$$

Свойства

$f_k(x)=f_k(x+a)$

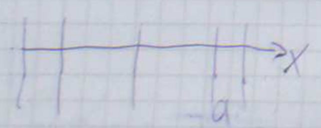
$f_{k+g}(x)=f_k(x)$

$\psi_k(x)$ – блоховская функция

Лекция 4

05.03.08

1) Блохинцев Д.И. Основы квантовой механики
2) Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., Квантовая механика
3) Ярив А. Введение в теорию и приложения квантовой физики механики
4) Г.П. Берман и др. Введение в квантовые компьютеры
5) Квантовые компьютеры и квантовые вычисления под ред. ~~Садовничего~~



$$\psi_k(x)=f_k(x)e^{ikx}$$

1. В идеальной решетке рассеяния нет.

2 $$H=-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}$$

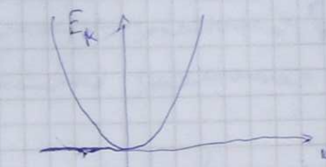
$$\int \psi_k^* \hat{H}\psi_k\,dx=?$$

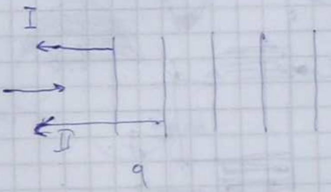
в случае свободного движения $\langle\hat{H}\rangle=c^2\int e^{-ikx}\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)e^{ikx}=$

$$=\frac{\hbar^2k^2}{2m}$$

$E_k=\langle\hat{H}\rangle_{\text{варьир}}=\frac{\hbar^2k^2}{2m^*}$ — эффективная масса

в Si $m^*=0{,}1\,m$.





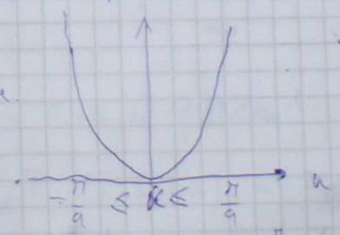
$\Delta=2a$ конструктивная интерференция

$$\Delta=m\lambda=m\frac{2\pi}{k}=2a$$

$k_m=m\frac{\pi}{a}$ $m=\pm1,\pm2,\dots$

рассмотрим $m=1$

Зона Бриллюэна



$$\psi_k=\sum_g C_{k-g}e^{i(k-g)}$$

$k=\pm\frac{\pi}{a}$

$e^{i\frac{\pi}{a}x}$, $g=\frac{2\pi}{a}$

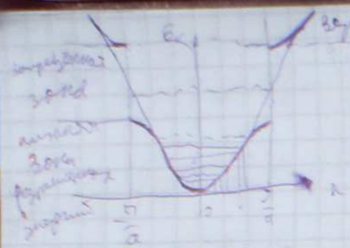
$e^{-i\frac{\pi}{a}x}$.

$$\psi_I=c\left(e^{i\frac{\pi}{a}x}+e^{-i\frac{\pi}{a}x}\right)=$$

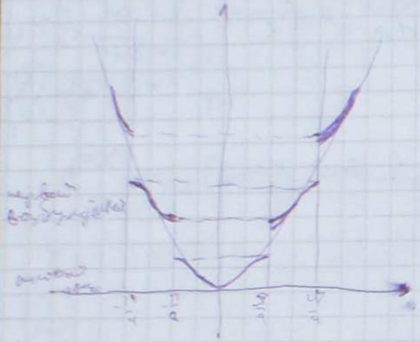
$$=A\cos\frac{\pi}{a}x$$

~~[illegible]~~

$$\psi_{II}=B\sin\frac{\pi}{a}x$$



Верхняя зона разрешённых энергий.



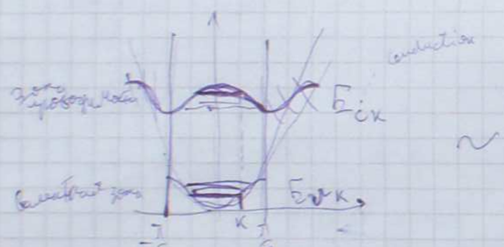
трансляционный вектор обратной решётки

$$\Psi_k(x) = \Psi_{k+g}(x)$$

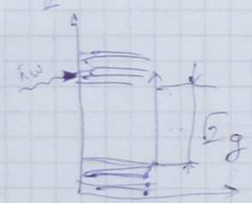
$$g = \frac{2\pi}{a} m$$

$$|\Psi_k(x)|^2 = |\Psi_{k+g}(x)|^2$$

Зонные кристаллы.



~



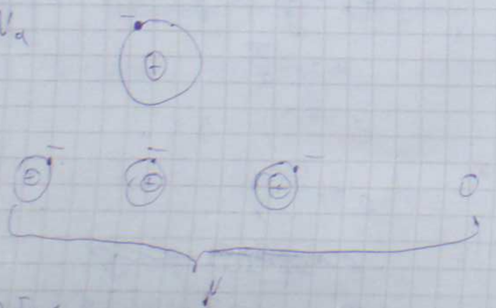
1 эВ

$\hbar\omega >$

Классификация твёрдых тел.

- металлы
- диэлектрики $E_g \sim 10$ эВ
- полупроводники $E_g \sim 1$ эВ

N_a



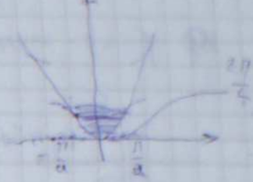
$\nu = 1$

$N_e = N_a$

$\psi(0) = \psi(L)$

e^{ikx}

$k_n = \frac{2\pi}{L} n.$



$$k_n = \frac{2\pi}{L} n, \quad n = \pm 1, \pm 2.$$

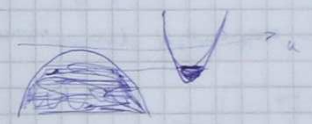
$$\frac{2\pi/a}{2\pi/L} = \frac{L}{a} = N_a = N_e.$$

нечётная валентность, проводящие решётки – метал

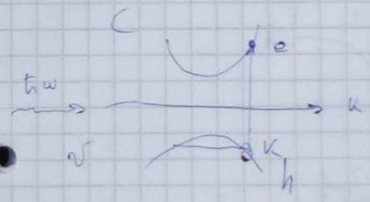
При чётной  – диэлектрик.

Полностью заполненная зона не проводит электричество!

Частично заполненная – проводит



[illegible] – плохой метал



1 эВ

$10^{23}\ \frac{1}{см^3}$ v

$n_c = n_v e^{-\frac{E_g}{k_B T}}$.

c —

E_g

v —

$$\frac{n_c}{n_e} \sim e^{-\frac{E_g}{k_B T}}$$

$E_g = 1$ эВ = ~~[illegible]~~

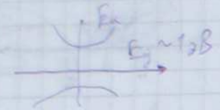
$k_B T\ (T = 300K) = 2{,}5 \cdot 10^{-2}$ эВ

$e^{-\frac{1}{2{,}5\cdot 10^{-2}}} = e^{-40} = 10^{-40 \cdot 0{,}43} \sim 10^{-16}$

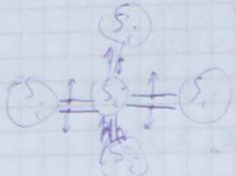
$\frac{10^{23}}{10^{16}} = 10^{7}\ \frac{1}{см^3}$ $n_м = 10^{23}\ \frac{1}{см^3}$

Лекция 5.

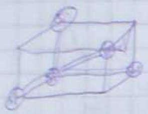
p-n-переход. Квантовые приборы.

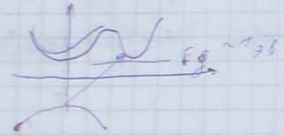


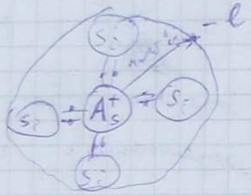
Si



(100)



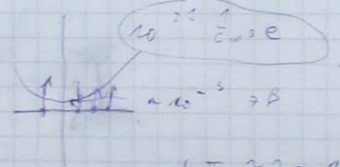




As (мышьяк) $v=5$

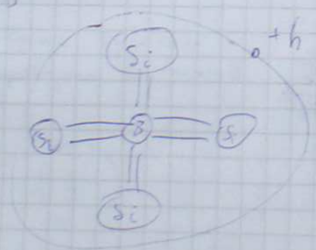
As $10^{21}\ \frac{1}{см^3}$ – максимум легирования

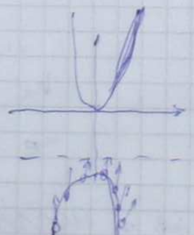
Si $5\cdot 10^{22}\ \frac{1}{см^3}$



$kT \sim 20\cdot 10^{-3}$ эВ

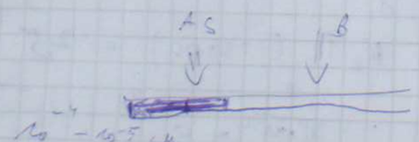
B, $v=3$

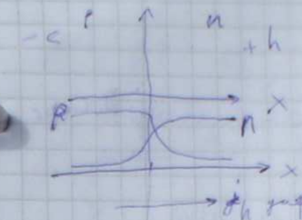




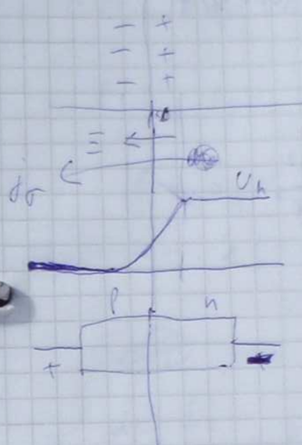
$10^{21}\ \frac{1}{см^3}$ (h)

p область

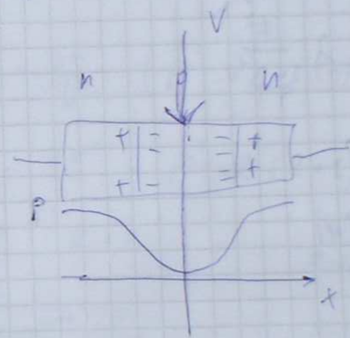




j_n диффузии



$j_\sigma = \sigma E \qquad j_\sigma + j_{диффуз} = 0$

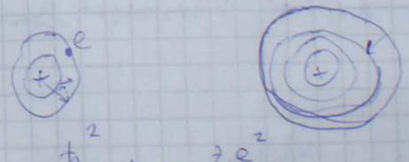


– V, "0" тока нет 1

+ V, "1" ток есть 0

$\xrightarrow{1} \times \xrightarrow{0}$

$\xrightarrow{0} \times \xrightarrow{1}$



ядро считаем неподвижным

$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta - \frac{Ze^2}{r}$. для водорода $Z=1$.

$H\psi = E\psi$

$U = -\dfrac{ze^2}{r}$ центрально-симметричное поле

$-\dfrac{\hbar^2}{2m}\Delta_r\psi - \dfrac{\hbar^2}{2mr^2}\Delta_{\theta,\varphi}\psi = (E - U(r))\psi$

$\Delta_r = \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial r}\left(r\dfrac{\partial}{\partial r}\right)$

$\Delta_{\theta,\varphi} = \dfrac{1}{\sin\theta}\dfrac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\dfrac{\partial}{\partial\theta}\right) + \dfrac{1}{\sin\theta}\dfrac{\partial^2}{\partial\varphi^2}$

$\psi(r,\theta,\varphi) = R(r)Y(\theta,\varphi)$

$0 = \Delta_r R + \dfrac{2m}{\hbar^2}(E - U_{эфф}(r))R$

$U_{эфф}(r) = U(r) + \lambda\dfrac{\hbar^2}{2mr^2}$

$\Delta_{\theta,\varphi}Y + \lambda Y = 0$

$Y(\theta,\varphi) = \Theta(\theta)\Phi(\varphi)$

$\dfrac{d^2\Phi}{d\varphi^2} + m^2\Phi(\varphi) = 0$

$\dfrac{1}{\sin\theta}\dfrac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\dfrac{d}{d\theta}\right)\Theta + \left(\lambda - \dfrac{m^2}{\sin^2\theta}\right)\Theta = 0$

$\Phi(\varphi) = Ce^{i\varphi m}$

$\Phi(0) = \Phi(2\pi)$ $m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ магнитное квантовое число

$\cos\theta = \xi$

$(1-\xi^2)\Theta''(\xi) - 2\xi\Theta'(\xi) + \left(\lambda - \dfrac{m^2}{1-\xi^2}\right)\Theta$

$\lambda = l(l+1), \quad l = 0, 1, \ldots$

$l \quad \Theta_{l,m}(\theta) = CP_l^{|m|}(\cos\theta)$

$Y_{l,m}(\theta,\varphi) = C_{lm} \cdot P_l^{|m|}(\cos\theta)e^{im\varphi}$

$P^{|m|}_l(\xi) = 0, \quad |m| \leq l$

$l = 0, 1, 2, \ldots$

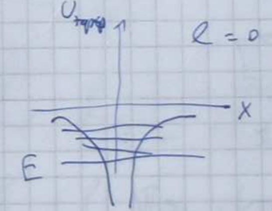
$2l+1 \quad m = -l, \ldots, 0, \ldots, +l$

$R(r) = \dfrac{f(r)}{r}$

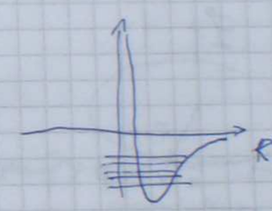
$0 = \dfrac{d^2 f}{dr^2} + \dfrac{2m}{\hbar^2}(E - U_{эфф}(r))f$

$U_{эфф} = -\dfrac{ze^2}{r} + \dfrac{\hbar^2}{2m_e r^2}l(l+1)$

$l = 0$



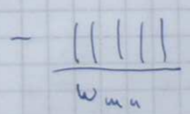
$l > 0$



$E_n = -\dfrac{z^2e^4m_e}{2\hbar^2}\dfrac{1}{n^2}$

$\psi_{n,l,m}(r,\theta,\varphi) \equiv R_{nl}(r)Y_{lm}(\theta,\varphi)$

$\omega_{mn} = \dfrac{E_m - E_n}{\hbar}$



25.03.08

Лекция №26

дипольный момент

$\vec{A} = e\vec{r}$

$\vec{\mu},\ H = -\vec{\mu}\vec{H}$

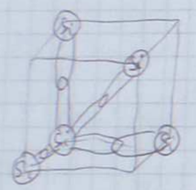
$H = -\vec{\lambda}\vec{E}$

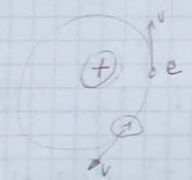
$\vec{H} = -\vec{d}\vec{E}$

$\Psi_{n,l,m}(r, \theta, \varphi)$ $n = 1, 2, 3 \ldots$

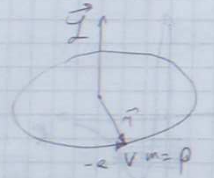
$l = 0, 1, \ldots, n-1.$

$m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm l$





$H = -\vec{\mu}\cdot\vec{H}$

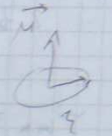


$\vec{L} = [\vec{r} \times \vec{p}]$

$L = pr = mvr$

$I = \frac{e}{T}$ $T = \frac{2\pi r}{v}$ $I = \frac{ev}{2\pi r}$ $\mu = \frac{I\pi r^2}{c}$

$\boxed{H = -\vec{\mu}\vec{H}}$



$\mu_e = \frac{|e|}{2mc} L$

Орбитальный магнитный момент.

$\mu_Б = \frac{|e|\hbar}{2mc}$ $\boxed{\vec{\mu}_e = -\frac{\mu_Б}{\hbar}\vec{L}}$

$\vec{L} = [\vec{r} \times \vec{p}]$ $\hat{L}_x = y\hat{p}_z - \hat{p}_y z$

$\hat{L}_x = y$ $\hat{L}_y = z\hat{p}_x - \hat{p}_z x$

$\hat{L}_z = x\hat{p}_y - \hat{p}_x y$

$\hat{L}^2 = \hat{L}_x^2 + \hat{L}_y^2 + \hat{L}_z^2$

Если операторы коммутируют друг с другом, то их собственные волновые функции совпадают, а соотв. физические величины могут быть измерены одновременно.

$\left[\hat{p}\frac{\hat{p}^2}{2m} - \frac{\hat{p}^2}{2m}\hat{p}\right] = 0.$

$[x\hat{p}_x - \hat{p}_x x] = i\hbar$

$-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}$

$[L_x, L_y]_- = i\hbar L_z$ — сокр. запись

некоммутирующие проекции орбитального момента.

$[L_y, L_z] = i\hbar L_x$

$[\hat{L}_z, \hat{L}_x] = i\hbar\hat{L}_y$

$[L^2, L_z]_- = 0.$ $L^2\Psi = L\Psi$

$L^2 = -\hbar^2\Delta_{\theta,\varphi}$

$\hbar^2\Delta_{\theta,\varphi}\Psi + L^2\Psi = 0$

$\Delta_{\theta,\varphi}Y_{l,m}(\theta, \varphi) + l(l-1)Y_{l,m} = 0.$

$\Psi_{l,m} = Y_{l,m}(\theta, \varphi)$

$L^2 = \hbar^2 l(l+1)$

$\hat{L}_z \Psi = L_z \Psi$

$\hat{L}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi}$ $\quad -i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi} Y_{l,m}(\theta, \varphi) = m\hbar Y_{l,m}$

$Y_{l,m}(\theta, \varphi) = \Theta_{m,l}\, e^{im\varphi}$

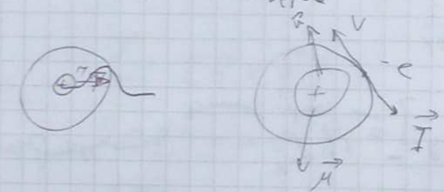
$L_z = m\hbar$

$$\begin{cases} \mu_l^2 = \mu_Б^2\, l(l+1) \\ \mu_z = \mu_Б\, m \end{cases}$$

$n = 1,\ l = 0,\ m = 0$ ← самое низкое состояние атома водорода

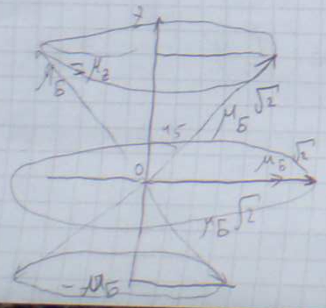
S- состояние

$\mu_l = 0$!



$n = 2,\ l = 1,\ m_l = 0, \pm 1$ $\quad$ p - состояние

$\mu_l = \mu_Б \sqrt{2}$ $\quad$ $\mu_z = 0, \pm \mu_Б$



ОРБИТАЛЬНЫЙ момент

$B\varphi_n = B_n \varphi_n$

$\hat{A}\Psi = A\Psi$ $\quad \Psi = \sum_m C_m \varphi_m(x)$

$\sum_m C_m \hat{A} \varphi_m = A \sum_m C_m \varphi_m$

$\int \varphi_n^* dx$ $\quad \sum_m C_m A_{km} = A \sum_m C_m \delta_{mk}$

$\sum_m C_m (A_{km} - A\delta_{mk}) = 0$

$A_{km} = \int \varphi_k^* \hat{A} \varphi_m dx$

$\det |A_{km} - \delta_{mk} A| = 0$

$|\Psi\rangle = \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \vdots \\ C_n \end{pmatrix}$ $\quad \sum_n |C_n|^2 = 1.$

$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \hat{H}\Psi$, $\quad H = H_0 + V$

$H_0 \varphi_n = E_n \varphi_n$

$\Psi = \sum C_n(t) \varphi_n(x)$

$\int \varphi_k^* dx \,\big|\, i\hbar \sum_n \dot{C}_n \varphi_n(x) = \sum_n C_n \hat{H} \varphi_n$

$\boxed{i\hbar \dot{C}_m = \sum_n H_{mn} C_n}$ - ур-е Шредингера в представлении оператора H_0

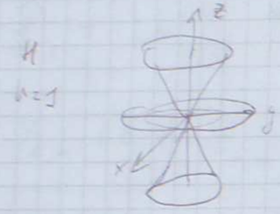
$|\Psi(t)\rangle = \begin{pmatrix} C_1(t) \\ C_2(t) \\ \vdots \\ C_m(t) \end{pmatrix}$ $\quad H_{mn} = (H_0)_{mn} + V_{mn} = E_n \delta_{mn} + V_{mn}$.

02.04.08 Лекция №7.

Спин.

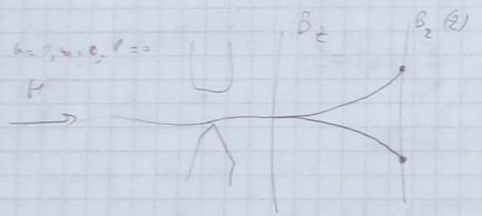
$$\mu_\ell^2 = \mu_Б^2\, \ell(\ell+1)$$

$$\mu_z = \mu_Б \cdot m$$



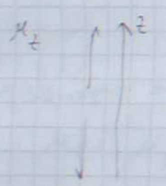
$n = 0,\ \ell = 0,\ m = 0.$

$\mu_\ell = 0,\ \mu_{\ell z} = 0.$



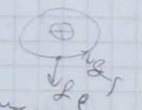
$$H = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = \mu_z \boxed{B}(z).$$

$$F_z = -\frac{\partial H}{\partial z} = -\mu_z \frac{\partial B_z}{\partial z} \quad \text{пучок расщепится!}$$



– только два состояния. SPIN!

Гипотеза наличия орбитального момента если собственный, это не так, по теории эквивал.



орбитальный момент	спиновой момент
$\vec{L}$	$\vec{S}$
L_z	S_z
L^2	S^2
$L = \hbar\sqrt{\ell(\ell+1)}$	$S = \hbar\sqrt{s(s+1)}$
$\ell = 0, 1, \ldots, n-1$ орбитальное квантовое число	$s = \frac{1}{2}$
$\vec{\mu}_\ell = -\frac{\mu_Б}{\hbar}\vec{L}$	$\mu_s = -g_s \frac{\mu_Б}{\hbar}\vec{S}$
	$g_s = 2$ – ~~спиновый~~ g-фактор
$-\ell \le m_\ell \le \ell$	$-s \le m_s \le s$
$L_z = m_\ell \hbar$	$\vec{S} = m_s \hbar$
	Спиновое число, определяет проекцию спина на ось z.
$\Delta m_\ell = \Delta m_s = \pm 1.$	$m_s = \frac{1}{2},\ m_s = -\frac{1}{2}.$

$$L_x L_y - L_y L_x = i\hbar L_z$$

$$S_x S_y - S_y S_x = i\hbar S_z.$$

$$S_y S_z - S_z S_y = i\hbar S_x$$

$$S_z S_x - S_x S_z = i\hbar S_y$$

$$S_x = \frac{\hbar}{2}\sigma_x = \hat{X} \text{ – Гейт.}$$

$$S_y = \frac{\hbar}{2}\sigma_y = Y$$

$$S_z = \frac{\hbar}{2}\sigma_z = Z$$

$XY - YX = 2iZ$

$YZ - ZY = 2iX$

$ZX - XZ = 2iY$.

матрицы Паули.

$\sigma_z = Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ - инверсия $\quad \sigma_x = X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ - not

$\sigma_y = Y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ -i & 0 \end{pmatrix}$

$\hat{\mu}_x = -\mu_Б \sigma_x$

$\mu_y = -\mu_Б \sigma_y$

$\mu_z = -\mu_Б \sigma_z$.

выберем базис.

$\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ $\qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} c_1 \\ -c_2 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$

$\lambda = 1, \; c_1 = 1, \; c_2 = 0$.

$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \equiv |0\rangle$ $\qquad \langle 0| = (1^* \; 0^*) = (1 \; 0)$

$\langle 0|0\rangle = (1 \; 0)\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 1$.

$\lambda = -1, \; c_2 = 1, \; c_1 = 0$

$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = |1\rangle \qquad \langle 1|1\rangle = 1$

$\langle 0|1\rangle = \langle 1|0\rangle = 0$.

$|\psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle \qquad$ Q-bit $\qquad$ кубит

возможной суперпозиционных состояний.
1, 0 и континуум суперпозиционных состояний.

$|a|^2 + |b|^2 = 1$.

$\langle\psi|\psi\rangle = 1 \Rightarrow |a^2| + |b|^2 = 1$

Сфера Блоха
(наглядное геометр. представление состояний кубита)

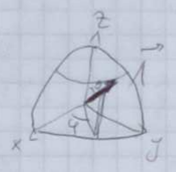
$\Lambda_z = a^* a - b^* b = |a|^2 - |b|^2$

$\Lambda_x = b^* a + a^* b$

$\Lambda_y = i(a^* b - b^* a)$.

$\left.\right\}$ Λ - вектор единичной сферы

$\Lambda_z^2 + \Lambda_x^2 + \Lambda_y^2 = 1$.



$\vec{\Lambda}$ - Блоховский вектор

$\Lambda_z = \cos\theta$

$\Lambda_x = \sin\theta \cos\varphi$

$\Lambda_y = \sin\theta \sin\varphi$

$|a|^2 + |b|^2 = 1$. $\qquad |a| = \cos\frac{\theta}{2}$;

$|a|^2 - |b|^2 = \cos\Theta \qquad |b| = \sin\frac{\theta}{2}$;

глобальная фаза (опускаем).

$|\psi\rangle = |a| e^{i\varphi_a} |0\rangle + |b| e^{i\varphi_b} |1\rangle = e^{i\varphi_a}\left(\cos\frac{\theta}{2}|0\rangle + e^{i\varphi} \sin\frac{\theta}{2}|1\rangle\right)$

относительная фаза (Фаза кубита)

$\varphi = \varphi_b - \varphi_a$.

$|\psi\rangle = \cos\frac{\theta}{2}|0\rangle + e^{i\varphi}\sin\frac{\theta}{2}|1\rangle$

каждой точке сферы соотв. блоховский вектор?

В регистре из n кубитов одновременно записывается 2^n чисел.

Теорема

Δ квантовое вычисление может быть проведено при помощи совокупности однокубитовых операций и одной двухкубитовой, control not.

1 однокубитовая — поворот Блоховского вектора

Операторы вращения:

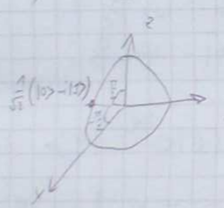
$R_x(\theta) = \cos\frac{\theta}{2}\hat{I} - i\sin\frac{\theta}{2}\hat{X} = e^{-i\frac{\theta}{2}\hat{X}}$

$\hat{X}|0\rangle = |1\rangle$

$\hat{X}|1\rangle = |0\rangle$

$R_y(\theta) = e^{-i\frac{\theta}{2}\hat{Y}}$, $R_z(\theta) = e^{-i\frac{\theta}{2}\hat{Z}}$

$|\psi_{in}\rangle = |0\rangle$



$\hat{R}_x(\frac{\pi}{2})|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{I} - i\hat{X}) = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - i|1\rangle)$

$|\psi\rangle = \cos\frac{\theta}{2}|0\rangle + e^{i\varphi}\sin\frac{\theta}{2}|1\rangle$

$\theta = \frac{\pi}{2}$, $\varphi = -\frac{\pi}{2}$

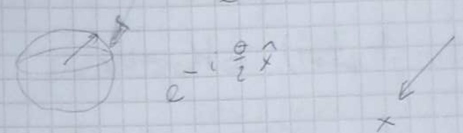
Для перевода спина нужно 2 поля: постоянное и переменное

Лекция №8 　　 29.04.08

$z|0\rangle = |0\rangle$, $z|1\rangle = -|1\rangle$

$|\psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle$

$e^{-i\frac{\theta}{2}\hat{x},\hat{y},\hat{z}}$



$e^{-i\frac{\theta}{2}\hat{x}}$

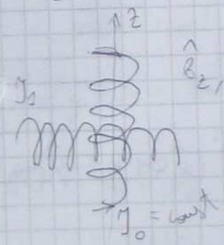
$e^{-i\frac{\theta}{2}\hat{x}} = \cos\frac{\theta}{2}\hat{I} - i\sin\frac{\theta}{2}\hat{X}$

$(\hat{X})^{2n} = 1$ 　 $(\hat{X})^{2n+1} = \hat{X}$ 　 $\hat{X} = Not$

$e^{-i\frac{\theta}{2}\hat{z}}$ 　 $(\hat{z})^{2n+1}$ 　 $(\hat{Z})^{2n}$

$\hat{X}\hat{Z} = -i\hat{Y}$ 　 $\hat{Y} \to \hat{X}\hat{Z}$

$e^{-i\frac{\theta}{2}\hat{x}}$ 　 $(\hat{X}\hat{Z})^{2n}$ 　 $(\hat{X}\hat{Z})^{2n+1}$



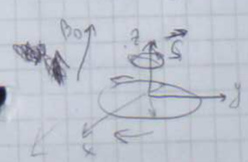
$\hat{B}_z, B_0$. 　 J_0 — постоянный, J_1 — переменный.

$J_1 = J_{10}\cos\omega t$ 　 $\omega \sim 10^8 \frac{1}{сек}$

$\vec{B}_1(t) = 2B_{10}\cos\omega t\,\hat{e}_x$

$2B_{10}\cos\omega t\,\hat{e}_x = B_{10}(\cos\omega t\,\hat{e}_x - \sin\omega t\,\hat{e}_y) +$

$+ B_{10}(\cos\omega t\,\hat{e}_x - \sin\omega t\,\hat{e}_y)$



$\vec{B}_1(t) \simeq B_1(\cos\omega t\,\hat{e}_x + \sin\omega t\,\hat{e}_y)$

$H = -\vec{\mu}_s \cdot \vec{B}$

$\vec{\mu}_s = -\frac{2\mu_B}{\hbar}\vec{S}$

$= B_0 \mu_Б \hat{z} + b_{10} \mu_Б (\hat{x} \cos\omega t + \hat{y} \sin\omega t)$

$2B_0 \mu_Б = \hbar \omega_0$

$2 Б_{10} \mu_Б = \hbar \Omega$

$\hat{H} = \frac{\hbar\omega_0}{2} \hat{z} + \frac{\hbar \Omega}{2} (\hat{x} \cos\omega t + \hat{y} \sin\omega t) = H_0 + V_1$

$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi\rangle = \hat{H} |\psi\rangle$

$|\psi\rangle_{t=0} \to |\psi\rangle_t$

$|\psi(t)\rangle = e^{\frac{i\omega t}{2} \hat{z}} |\varphi(t)\rangle$

$|\varphi(t)\rangle = e^{-\frac{i\omega t}{2}} |\psi(t)\rangle$

$\frac{\hbar\omega}{2} \hat{z} e^{-\frac{i\omega t}{2}\hat{z}} |\psi\rangle + e^{-i\frac{\omega}{2}\hat{z}} i\hbar \frac{\partial|\psi\rangle}{\partial t} = (\hat{H}_0 + \hat{V}_1) e^{-\frac{i\omega}{2}\hat{z}} |\psi\rangle$

$e^{i\frac{\omega t}{2}\hat{z}} \quad i\hbar \frac{\partial|\psi\rangle}{\partial t} = \frac{\hbar(\omega_0 - \omega)}{2} \hat{z} |\psi\rangle$

$+ e^{\frac{i\omega t}{2}\hat{z}} V_1 e^{-\frac{i\omega t}{2}\hat{z}} |\psi\rangle$

$\frac{\partial|\psi\rangle}{\partial t} = -i \frac{(\omega_0 - \omega)}{2} \hat{z} |\psi\rangle - i\frac{\Omega}{2} e^{i\frac{\omega t}{2}\hat{z}} (\hat{x}\cos\omega t + \hat{y}\sin\omega t) \cdot$

$\cdot e^{-\frac{i\omega t}{2}\hat{z}} |\psi\rangle$

$e^{\frac{i\omega t}{2}\hat{z}} \hat{y} e^{-\frac{i\omega t}{2}\hat{z}} = \hat{x}\cos\omega t + \hat{y}\sin\omega t$

$e^{\frac{i\omega t}{2}\hat{z}} \hat{x} e^{-\frac{i\omega t}{2}\hat{z}} = \hat{x}\cos\omega t - \hat{y}\sin\omega t$

$\hat{x}\hat{z} = -i\hat{y}$

$\hat{y}\hat{z} = i\hat{x}$

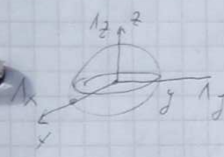
$\frac{\partial|\psi\rangle}{\partial t} = -i\left(\frac{\omega_0 - \omega}{2}\right)\hat{z}|\psi\rangle - \frac{i\Omega}{2}\hat{x}|\psi\rangle$

$|\psi\rangle_t = e^{-i\left[\left(\frac{\omega - \omega_0}{2}\right)\hat{z} + \frac{\Omega}{2}\hat{x}\right]t} |\psi(0)\rangle$

(1) $B_1 = 0, \ \omega = 0, \ \Omega = 0$

$|\psi(t)\rangle = e^{-i\frac{\omega_0 t}{2}\hat{z}} |\psi(0)\rangle$

$|\psi(0)\rangle = \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}$.



$\langle S_z \rangle_{t=0} = \left(\frac{\langle 0| + \langle 1|}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{\hbar}{2}\hat{z}\right)\left(\frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}\right)$

$\langle S_x \rangle = \frac{\hbar}{2} \langle \hat{x} \rangle = \frac{\hbar}{2}$

$\langle S_y \rangle_{t=0} = 0$.

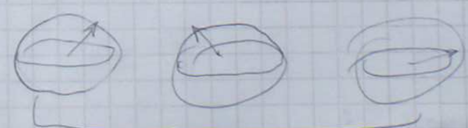
$|\psi\rangle_t = \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}} \cos\frac{\omega_0 t}{2} - i\frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}} \sin\frac{\omega_0 t}{2}$

$\langle \hat{x}(t) \rangle = \cos^2\frac{\omega_0 t}{2} - \sin^2\frac{\omega_0 t}{2} = \cos\omega_0 t$

$\langle \hat{y}(t) \rangle = \sin\omega_0 t$

(2) $\omega = \omega_0$

$|\psi(t)\rangle = e^{-i\left[\frac{(\omega_0 - \omega)}{2}\hat{z} + \frac{\Omega}{2}\hat{x}\right]t} |\psi(0)\rangle = e^{-\frac{i\Omega t}{2}} |\psi(0)\rangle$



$\underbrace{\qquad\qquad}_{h}$

измерительный базис для кубита — два вектора.

$|0\rangle, |1\rangle$

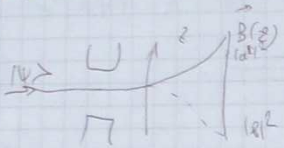
$\hat{H} = -\vec{\mu}_s \cdot \vec{B} = \mu_B B \hat{z}$

$\hat{z}|0\rangle = |0\rangle \qquad \hat{z}|1\rangle = -|1\rangle$

$|\psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle$

$|0\rangle, |a|^2$

$|1\rangle, |b|^2$



$|a|^2 + |b|^2 = 1$

$\varphi = \sum_n c_n \varphi_n \qquad |c_n|^2 \to \varphi_n$

$\boxed{16.04.08}$ Лекция №9.

$\hat{z} \qquad \hat{z}|0\rangle = 1|0\rangle$

$\hat{z}|1\rangle = -1|1\rangle$

$|\psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle$

~~Одновременно~~ измеряем иначе

$|\psi\rangle \to |0\rangle; |a|^2$

$|\psi\rangle \to |1\rangle; |b|^2$

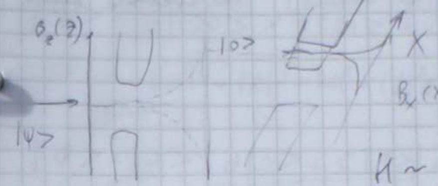
$\hat{A} \qquad \hat{A}\varphi_n = A_n \varphi_n$

A_n

$\psi = \sum_n c_n \varphi_n \qquad \int |\psi|^2 dx = \sum_n |c_n|^2 = 1$

Измерение ψ

A иначе $\psi \to \varphi_n \qquad A_n \qquad |c_n|^2$



... и подействуем на само?

экспериментально показано, что подействует.

$H \sim -B_x(x)\hat{X}$

$|\psi\rangle = a|0\rangle + b|1\rangle$

$\hat{X}\begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} c_2 \\ c_1 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$

① $\lambda = 1. \quad c_1 = c_2.$

② $\lambda = -1, \quad c_1 = -c_2$

$\lambda = 1, \quad |\psi_+\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = |0\rangle + |1\rangle$

$\lambda = -1, \quad |\psi_-\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = |0\rangle - |1\rangle$

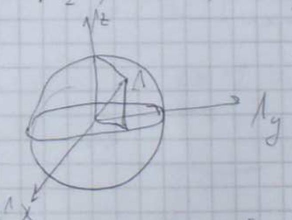
$\langle\psi_\pm|\psi_\pm\rangle = 1 \qquad |\psi_+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$

$|\psi_-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle)$

$|0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}\right) + \frac{(|0\rangle - |1\rangle)}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\psi_+\rangle + |\psi_-\rangle)$

вер $\frac{1}{2}$, $|\psi_+\rangle$, $\lambda = 1$, $S_x = \frac{1}{2}$

вер $\frac{1}{2}$, $|\psi_-\rangle$, $\lambda = 1$, $S_x = -\frac{1}{2}$

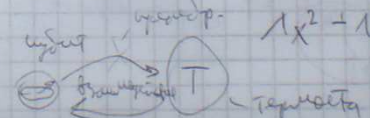


$\Lambda_z = |a|^2 - |b|^2$

$\Lambda_x = (a^* b + a b^*)$

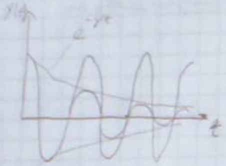
$\Lambda_y = i(a^* b - b a^*)$

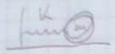
$\Lambda_x^2 + \Lambda_y^2 + \Lambda_z^2 = 1$



Считаем, что [illegible] [illegible] [illegible], [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad \ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0.$





$m\ddot{x} = -kx$

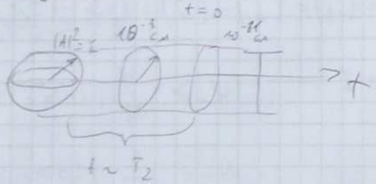
$\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$

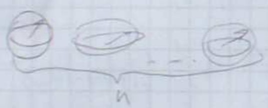
$\overline{|a|^2} - \overline{|b|^2}_t = (|a|^2 - |b|^2)\, e^{-\frac{t}{T_1}}$

$(\overline{a^*b + b^*a})_t = (a^*b + b^*a)_{t=0}\, e^{-t/T_2}$

$i(\overline{a^*b - b^*a})_t = i(\overline{a^*b} - b^*a)_{t=0}\, e^{-t/T_2}$

$T_1 >> T_2$





$\psi = \sum c_n \varphi_n \quad (c_n) \quad \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$

$|\psi> = a|0> + b|1>$

$|0> \otimes |0> = |00>$

$|11>$
$|01>$
$|10>$

$2^{n^2} \quad 2^2 = 4$

$|\psi> = a|00> + b|11> + c|01> + d|10>$

$|a|^2 + |b|^2 + |c|^2 + |d|^2 = 1$

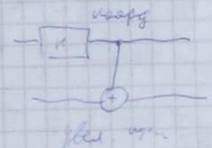
$|\psi> = \sqrt{a^2+c^2}\,|0> \frac{(a|0> + c|1>)}{\sqrt{a^2+c^2}} + |1> \frac{(d|0> + b|1>)}{\sqrt{b^2+d^2}} \sqrt{b^2+d^2}$

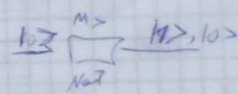
$a^2 + c^2, \quad |0>, \quad \frac{a|0> + c|1>}{\sqrt{a^2+c^2}}. \quad |\psi> = \frac{a|00> + c|01>}{\sqrt{a^2+c^2}}$

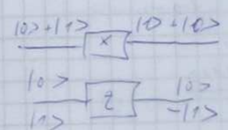
$b^2 + d^2, \quad |1>, \quad \frac{d|10> + b|11>}{\sqrt{d^2+b^2}}.$

Лекция 10

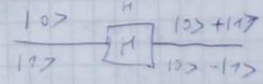
23.04.08



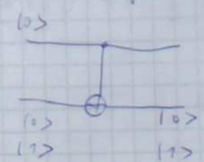


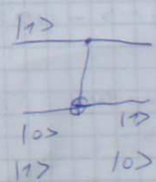


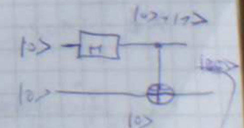
$|0> + |1> \qquad |0> - |1>$



$HH = I$



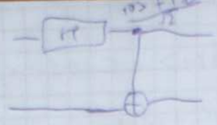




$\frac{1}{\sqrt{2}}(|00> + |11>)$

$|1\rangle \quad |0\rangle \quad |1\rangle \quad |0\rangle$

$|0\rangle \quad |1\rangle \quad |1\rangle \quad |0\rangle$



$\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$

$\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle - |11\rangle)$

$\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle - |10\rangle)$

$\frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle)$

$|00\rangle + |10\rangle = (|0\rangle + |1\rangle) \otimes |0\rangle$

$|00\rangle + |11\rangle$

0 1GB   0 2GB

$\frac{1}{2}|0\rangle \qquad |0\rangle$ с вер 1 !

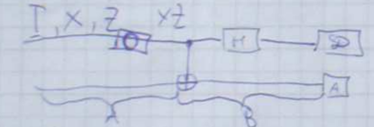
$\frac{1}{2}|1\rangle \qquad |1\rangle$ с вер 1 !

0 00
1 01
2 10
3 11

$\log_2 4 = 2$

$\frac{|00\rangle + |11\rangle}{\sqrt{2}}$

I, X, Z, XZ



$I \quad |00\rangle + |11\rangle \quad |00\rangle + |10\rangle = (|0\rangle + |1\rangle) \otimes |0\rangle \quad |1\rangle \otimes |0\rangle$

$X, \quad |10\rangle + |01\rangle \quad |11\rangle + |01\rangle = (|0\rangle + |1\rangle) \otimes |1\rangle \quad |0\rangle \otimes |1\rangle$

$Z, \quad |00\rangle - |11\rangle \quad |00\rangle - |10\rangle = (|0\rangle - |1\rangle) \otimes |0\rangle \quad |1\rangle \otimes |0\rangle$

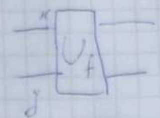
$XZ \quad |10\rangle - |01\rangle \quad |11\rangle - |01\rangle = |1-0\rangle \otimes |1\rangle \quad |1\rangle \otimes |1\rangle$

$2^n, \quad n = 50, \quad n = 100$

Квантовий паралелізм

$f(x), \ x = 0, 1 \dots 2^n$

$f(x) = 0, 1$



$y \oplus f(x) = |0\rangle \oplus f(x) = f(x)$

$|0\rangle \oplus f(x) = f(x)$

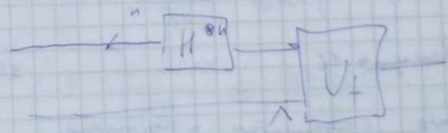
$|\psi_{in}\rangle = |00\rangle \xrightarrow{U_f} |\psi_{out}\rangle = |0, f(0)\rangle$

$|\psi_{in}\rangle = |10\rangle \xrightarrow{U_f} |\psi_{out}\rangle = |1, f(1)\rangle$

$|\psi_{in}\rangle = \frac{|00\rangle + |10\rangle}{\sqrt{2}} \xrightarrow{U_f} |\psi_{out}\rangle = \frac{|0, f(0)\rangle + |1, f(1)\rangle}{\sqrt{2}}$

$2^n \quad \frac{1}{2}, \ |0, f(0)\rangle \qquad \frac{1}{2}, \ |0, f(0)\rangle$

$0, \dots, 2^n - 1 \quad \frac{1}{2}, \ |1, f(1)\rangle \qquad \frac{1}{2}, \ |1, f(1)\rangle$



$|\psi_0\rangle \qquad |\psi_1\rangle$

$|\psi_1\rangle = \left(\frac{1+0}{\sqrt{2}}\right) \otimes \frac{|1+0\rangle}{\sqrt{2}} \otimes \frac{|1+0\rangle}{\sqrt{2}} \otimes |0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\underbrace{|0 \dots 0\rangle}_{n} +$

$+ \underbrace{|1 \dots 0\rangle}_{n} + \dots + |11 \dots 1\rangle) \otimes |0\rangle$

$x_i = 0, 1$

$|x\rangle = |x_0, x_1, \dots, x_{n-1}\rangle$

$x = x_{n-1} \cdot 2^{n-1} + x_{n-2} \cdot 2^{n-2} + x_0 2^0 \qquad 0 \le x \le 2^n - 1$

$|\psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{x=0}^{2^n-1} |x\rangle \otimes |0\rangle \qquad \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_{x=0}^{2^n-1} |x, 0\rangle$

$|\psi_{out}\rangle = \sum_{x=0}^{2^n-1} |x, |0\rangle \oplus |f(x)\rangle\rangle = \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_{x=0}^{2^n-1} |x, P(x)\rangle$

A B

2^n $0 \le x \le 2^n - 1$

пост $P(x) = \underbrace{0 \dots 0}_{2^n}$ $\underbrace{11 \dots 11}_{2^n}$

Сбал $f(x) = \underbrace{0 \dots 0}_{2^n}$ $\underbrace{11 \dots 11}_{2^n}$

$|\psi_n\rangle$ $|10\rangle \xrightarrow{U_f} |\psi_{out}\rangle = |1, f(1)\rangle$ $\frac{2^n}{2} + 1$

$|\psi_0\rangle = |01\rangle$

$|\psi_1\rangle = \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}} \otimes \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}$

$U_f \left[x \otimes \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}} \right] = (-1)^{f(x)} |x\rangle \otimes \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}$.

Лекция 11 30.04.08

// Нужно начинать с 5 числа с компьютером и терминалом.

квантовые алгоритмы.

2^n $0 \le x \le 2^n - 1$

$f(x) = \begin{cases} f(x) = const & (0, 1) \\ f(x) & сбал\ (0, 1) \end{cases}$

A B

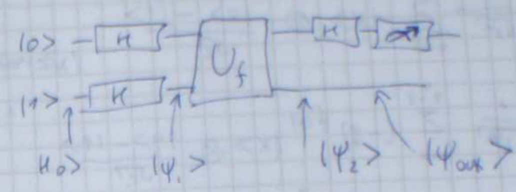
$x_1 \longrightarrow f(x_1)$ передача сообщений

$f(x) \longleftarrow$

$x_2 \longrightarrow f(x_2)$

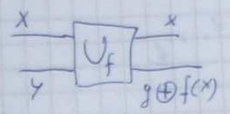
$f(x_2) \longleftarrow$ классическим образом $\frac{2^n}{2} + 1$

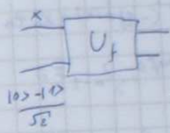
U_{in} n = 1



$|\psi_0\rangle = |0\rangle \otimes |1\rangle$

$|\psi_1\rangle = \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}} \otimes \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}$





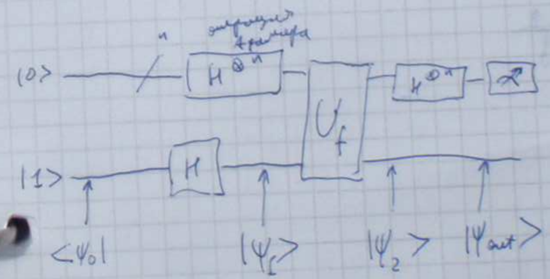
$U_f\ |x\rangle \otimes \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}} = (-1)^{f(x)} |x\rangle \otimes \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}$

$|x\rangle = \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}$

$|\psi_2\rangle = \left((-1)^{f(0)} |0\rangle + (-1)^{f(1)} |1\rangle \right) \otimes \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}$

$= \begin{cases} \pm \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}} \otimes \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}, & f = const \\ \pm \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}} \otimes \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}, & f - сбалансирована. \end{cases}$

$|\psi_3\rangle = \begin{cases} \pm |0\rangle \otimes \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}, & f = const \\ \pm |1\rangle \otimes \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}, & f = сбаланс. \end{cases}$



$\langle \psi_0 | = |0\rangle^{\otimes n} \otimes |1\rangle$

$$\langle \psi_2 | = \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_{x=0}^{2^n-1} |x\rangle \otimes \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}$$

$|x\rangle$ = набор $|x_0, x_1, \dots, x_{n-1}\rangle$, где $x_i = \{0, 1\}$.

$$|\psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_{x=0}^{2^n-1} (-1)^{f(x)} |x\rangle \otimes \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$H|x_i\rangle = \sum_{z_i=0,1} (-1)^{x_i \cdot z_i} |z_i\rangle / \sqrt{2}$$

$$|\psi_{out}\rangle = \frac{1}{2^n} \sum_{x, z_0, z_1, \dots, z_{n-1}} (-1)^{f(x) + x_0 z_0 + x_1 z_1 + \dots + x_{n-1} z_{n-1}} |z_0, z_1, \dots, z_{n-1}\rangle =$$

$$= A_0 |0, 0, \dots, 0\rangle + \frac{1}{2^n} \sum_{x, \text{ набор } z_0, \dots, z_{n-1} \neq 0} (-1)^{f(x) + x_0 z_0 + \dots + x_{n-1} z_{n-1}}$$

алгоритм Дойча.

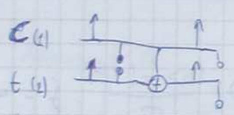
$$A_0 = \frac{1}{2^n} \sum_x (-1)^{f(x)} = \begin{cases} \pm 1, & f = const \\ \end{cases}$$

$n = 1.$

$\langle \psi_3 | \psi_3 \rangle = 1$! $\quad$ ~~$2n+1+1 = 2n+2$~~ $\quad 2n + 1 + 1 = 2n + 2$!

для алгоритма Дойча линеен.

$H = -J \hat{z}_1 \hat{z}_2$



матрицы Паули (операторы поворота на Блоховской сфере).

$+H_1 \; +H_2$

$\hat{H} = \hbar \omega_0 \hat{z}_2$

$\omega_0 = \mu_0 B_0$